

Kinematische Betrachtungen
zum Verfahren zur Beurteilung
des Staubungsverhaltens von
bäckereitypischen Rohstoffen

Ergänzung zu F-01-9905

Ergänzung zu Projekt Nr. F-01-9905

Kinematische Betrachtungen zum Verfahren zur Beurteilung des Staubungsverhaltens von bäckereitypischen Rohstoffen

Dirk Lorenz
Diplom-Physiker

Berufsgenossenschaft Nahrungsmittel und Gaststätten
Bereich Prävention, Zentrallabor

Mannheim, September 2003

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	1
Einleitung	2
1 Bestimmung der Dispergierungsenergie	3
1.1 Austrittsgeschwindigkeit der Luft	3
1.2 Dispergierte Staubmasse pro Zeiteinheit	4
1.3 Partikelgrößenverteilung	4
1.4 Partikelbeschleunigung und -geschwindigkeit	6
1.5 Dispergierungsenergie	9
2 Partikelflugbahnen	10
2.1 Teilchenflugbahnen ohne Luftwiderstand	10
2.2 Teilchenflugbahnen mit Luftwiderstand	10
3 Schlussfolgerung	16
Literaturverzeichnis	17

Liste der Symbole

A_d	Querschnittsfläche der Luftaustrittsdüse des Staubgenerators
A_{w_i}	Querschnittsfläche eines Weizenmehlpartikels der Spezies i
c_n	Koeffizient bei der Newton-Reibung
c_s	Koeffizient bei der Stokes-Reibung
d_d	Durchmesser der Luftaustrittsdüse des Staubgenerators
d_p	Durchmesser der Probenzufuhr des Staubgenerators
d_{w_i}	Durchmesser eines Weizenmehlpartikels der Spezies i
E	Energie
E_i	Von der Gesamtheit der Teilchenspezies i aufgenommene Energie
f	Formfaktor
g	Erdbeschleunigung
h	Höhe der Ausblasdüse des Staubgenerators RBG 1000 über der Tischplatte
i	Index
g_i	Relative Häufigkeit der Partikelspezies i
m_i	Masse eines Weizenmehlpartikels der Spezies i
\dot{m}	Dispergierte Staubmasse pro Zeiteinheit
L	Länge des Staubausschleifkanals beim Staubgenerator RBG 1000
M	Gesamte dispergierte Staubmasse
N	Gesamtzahl der in M enthaltenen Staubpartikel
n_i	Anzahl der Weizenmehlpartikel der Spezies i
p	Betriebsdruck am Staubgenerator
r_i	Radius eines Weizenmehlpartikels der Spezies i
R	Radius der Bürste des Staubgenerators RBG 1000
Re	Reynolds-Zahl
v_i	Geschwindigkeit eines Weizenmehlpartikels der Spezies i
v_p	Probenvorschub im Staubgenerator
v_l	Luftgeschwindigkeit
v_w	Geschwindigkeit eines Weizenmehlpartikels
v_{w_i}	Geschwindigkeit eines Weizenmehlpartikels der Spezies i
V_i	Volumen eines Weizenmehlpartikels der Spezies i
\dot{V}_l	Luftvolumenstrom
x	Horizontale Koordinate des Ortsvektors
x_m	Abstand von der Ausblasdüse des Staubgenerators entlang der Ausblasdüsenachse
x_u	Horizontaler Abstand von der Ausblasdüse des Staubgenerators 10 cm unterhalb der Ausblasdüsenachse
x_i, y_i	Komponenten des Ortsvektors eines Weizenmehlpartikels der Spezies i
\dot{x}_i, \dot{y}_i	Komponenten des Geschwindigkeitsvektors eines Weizenmehlpartikels der Spezies i

\ddot{x}_i, \ddot{y}_i	Komponenten des Beschleunigungsvektors eines Weizenmehlpartikels der Spezies i
t	Zeit
t_f	Förderzeit während einer Messung
\bar{t}_{s_i}	Mittlere Sedimentationszeit eines Weizenmehlpartikels der Spezies i
W_i	Flugweite eines Weizenmehlpartikels der Spezies i
η	Viskosität von Luft
ω	Winkelgeschwindigkeit der Bürste des Staubgenerators RBG 1000
π	Die Zahl 3,141592654
ρ_l	Dichte trockener Luft bei Normbedingungen
ρ_q	Stopfdichte des Staubes in der Probenzufuhr des Staubgenerators
ρ_w	Dichte eines Weizenmehlpartikels

Zusammenfassung

Um die Staubbelastung von Bäckern an ihrem Arbeitsplatz zu bestimmen, existiert eine Apparatur, die eine typische Bäckerarbeit - nämlich das Arbeiten an einem Bäckertisch - simulieren soll. Es wird untersucht, wie gut diese Simulation ist.

Die Staubdispergierung geschieht bei der genannten Apparatur mit Hilfe eines Rotationsbürstenstaubgenerators RBG 1000 der Firma Pallas. Aus den technischen Daten des RBG 1000 wird die Austrittsgeschwindigkeit der Luft aus der Dispergierdüse des Generators bestimmt. Aus der Partikelgrößenverteilung von Weizenmehl Typ 550 wird auf Teilchenanzahl, -volumen und -masse pro Teilchendurchmesserintervall zurückgerechnet. Numerisch wird damit die Beschleunigung und Endgeschwindigkeit der verschiedenen Teilchen in der Luftaustrittsdüse des Staubgenerators berechnet. Daraus wird schließlich die den Staubpartikeln zugeführte Energie abgeleitet. Es ergibt sich ein Wert von 6,3 J, der einer Weizenmehlmasse von 13,5 g zugeführt wird. Dieser Energiewert liegt deutlich über denjenigen Werten, die bei der Arbeit eines Bäckers an einem Bäckertisch zu erwarten sind.

Aus den errechneten Größen werden die Flugbahnen der Partikel der verschiedenen Teilchendurchmesserintervalle berechnet. Das geschieht einmal ohne und einmal mit Berücksichtigung von Luftwiderstand und -bewegung. Die Ergebnisse zeigen, dass sich die Partikel während ihres Fluges größenabhängig voneinander trennen. Ein ähnlicher Vorgang ist auch bei der Arbeit eines Bäckers an der Bäckertisch zu erwarten.

Einleitung

Bei der hier untersuchten Apparatur handelt sich um eine Messeinrichtung, die in erster Linie die Staubentstehung an einem Bäckertisch simulieren soll. Dabei wird durch einen Rotationsbürstenstaubgenerators RBG 1000 der Firma Pallas Mehlstaub Typ 550 horizontal über einen solchen Tisch dispergiert. Im Abstand von etwa 1300 mm zum Staubgenerator befinden sich zwei Staubprobenahmesysteme, die die einatembare und die alveolengängige Staubfraktion während eines Messdurchganges aufsammeln.

Die Neigung zur Staubwolkenbildung von pulverförmiger Materie ist auch für viele andere Bereiche von Forschung, Entwicklung und innerhalb produktionstechnischer Abläufe eine wichtige Größe. Je nach Fragestellung werden verschiedene Methoden zur Messung dieser Staubungsneigungskenngröße verwendet, was zur Folge hat, dass höchst unterschiedliche Staubungsneigungskenngrößen für ein und denselben Staub im Umlauf sind. Neben verschiedenen Definitionen der Kenngrößen liegt diese Unterschiedlichkeit im Wesentlichen in der unterschiedlichen Zufuhr an Dispergierungsenergie von Messapparatur zu Messapparatur begründet. Um vergleichende Aussagen hinsichtlich der verschiedenen Kenngrößen machen zu können, ist deshalb die Kenntnis der Dispergierungsenergie einer Messapparatur fundamental wichtig. Ein Ziel dieser Arbeit ist deshalb die Ableitung der Dispergierungsenergie der zu Beginn dieses Kapitels beschriebenen Apparatur.

Ein weiteres Ziel dieser Untersuchung ist es zu sehen, wie gut die Staubbelastung an einem Bäckertisch durch die beschriebene Apparatur simuliert wird. Auch dazu wird die Dispergierungsenergie benötigt, die der RBG 1000 dem Weizenmehl Typ 550 zuführt. Darüber hinaus wird das Sedimentationsverhalten (d. h. die Weizenpartikelflugbahnen) der Staubpartikel beleuchtet.

Kapitel 1

Bestimmung der Dispergierungsenergie

1.1 Austrittsgeschwindigkeit der Luft

Zur Berechnung der Austrittsgeschwindigkeit der Luft aus der Ausblasdüse des Staubgenerators ist zunächst die Kenntnis des Luftvolumenstroms aus der Dispergierdüse notwendig. Diese hängt vom eingestellten Betriebsdruck ab, wie in Bild 1.1 gezeigt ist. Während der Messung der Staubungsneigung ist ein Betriebsdruck von 2 bar eingestellt, man hat es also mit einem Volumenstrom von $\dot{V}_1 = 4,41 \text{ m}^3/\text{h} = 1,225 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ zu tun.

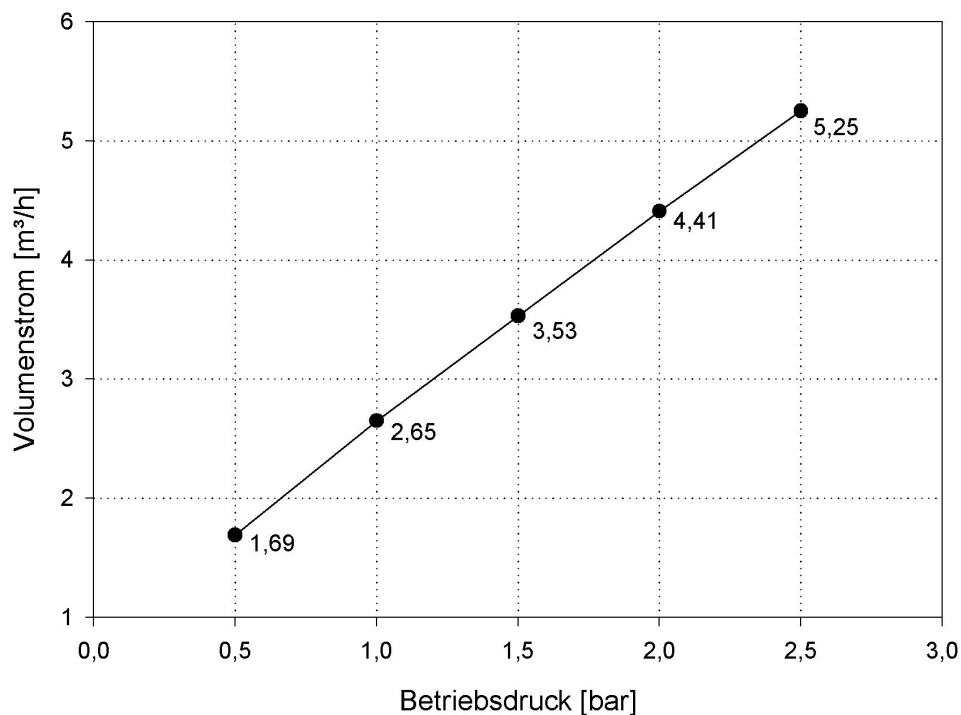


Abbildung 1.1: Luftvolumenstrom durch die Dispergierdüse des RBG 1000 in Abhängigkeit vom eingestellten Betriebsdruck.

Zur Berechnung der Luftaustrittsgeschwindigkeit ist weiterhin der Durchmesser der Dispergierdüse erforderlich. Messungen an der Austrittsdüse des Generators ergaben für diesen Wert $d_d = 4,8$ mm. Damit ergibt sich eine Düsenquerschnittsfläche von

$$A_d = \pi \cdot \left(\frac{d_d}{2}\right)^2 = 18,906 \text{ mm}^2 = 1,8096 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \quad (1.1)$$

und letztendlich die Luftaustrittsgeschwindigkeit zu

$$v_1 = \frac{\dot{V}_1}{A_d} = \frac{1,225 \cdot 10^{-3}}{1,8096 \cdot 10^{-5}} = 67,69 \text{ m/s} \quad (1.2)$$

1.2 Dispergierte Staubmasse pro Zeiteinheit

Der rotierenden Bürste des Staubgenerators wird von unten Staub nachgeliefert. Das geschieht in der Art, dass der Staub in ein Probenzufuhr-Rohr vom Durchmesser $d_p = 0,028$ m mit einer Staubstopfdichte $\rho_q = 730 \text{ kg/m}^3$ eingebracht wird. Durch einen Kolben wird der Staub schließlich mit der Probenvorschubgeschwindigkeit $v_p = 120 \text{ mm/h} = 3,333 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$ gegen die rotierende Bürste gefördert. Diese Daten führen auf eine verstaubte Masse pro Zeiteinheit von

$$\dot{m} = \pi \cdot \left(\frac{d_p}{2}\right)^2 \cdot v_p \cdot \rho_q = 6,1575 \cdot 10^{-4} \cdot 3,333 \cdot 10^{-5} \cdot 730 = 1,4983 \cdot 10^{-5} \text{ kg/s} \quad (1.3)$$

Bei einem Messdurchlauf wird 15 Minuten lang Staub in das Messvolumen dispergiert. Dies führt auf eine, während dieser Zeitdauer verstaubte Gesamtmasse von

$$M = \dot{m} \cdot t_f = 1,4983 \cdot 10^{-5} \cdot 900 = 0,01348 \text{ kg} \quad (1.4)$$

1.3 Partikelgrößenverteilung

Wie Laser-Beugungsmessungen zeigen, hat Weizenmehl vom Typ 550 typischerweise eine Partikeldurchmesserverteilung wie in Tabelle 1.1 bzw. Bild 1.2 gezeigt. Für die späteren Berechnungen zum Energieeintrag ist von Interesse, wie sich die im vorherigen Abschnitt

Durchmesser [μm]	2,0	2,4	2,8	3,3	4,0	4,8	5,7	6,8	8,0	9,3
Anteil [%]	0,11	0,14	0,16	0,28	0,41	0,44	0,58	0,72	0,98	1,64
Durchmesser [μm]	11,0	13,5	16,5	19,5	23,0	27,5	33,0	39,0	46,0	55,0
Anteil [%]	1,64	3,07	3,61	3,77	4,79	5,00	4,59	3,82	4,77	6,05
Durchmesser [μm]	66,0	79,0	94,0	112	134	160	190	226	270	
Anteil [%]	7,41	8,47	8,94	9,48	8,42	6,03	3,37	1,52	0,50	

Tabelle 1.1: Partikeldurchmesserverteilung von Weizenmehl Typ 550.

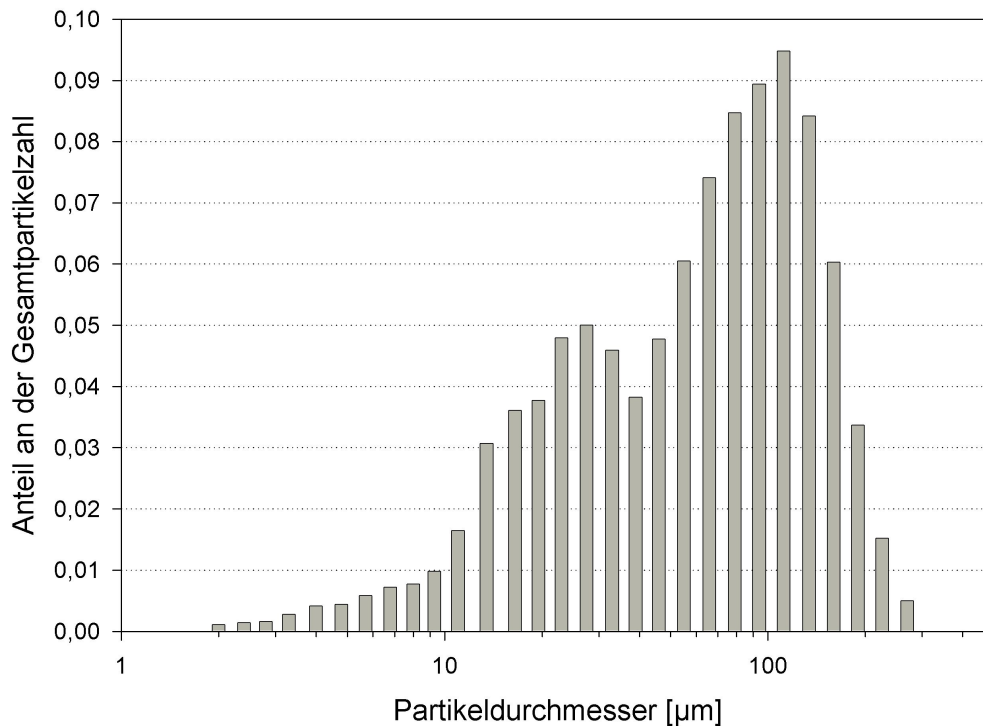


Abbildung 1.2: Partikeldurchmesserverteilung von Weizenmehl Typ 550.

berechnete gesamte dispergierte Masse auf die verschiedenen Partikelgrößen verteilt und wieviele Partikel pro Größenklasse letztendlich dispergiert werden. Außerdem ist die Kenntnis der Partikelmassen für diese Untersuchung wichtig.

Aus wievielen Teilchen N sich der während eines Messdurchlaufes dispergierte Staub zusammensetzt und wie sich diese Zahl auf die verschiedenen Partikelgrößenklassen verteilt wird aus dem Zusammenhang

$$M = (g_1 \cdot V_1 + g_2 \cdot V_2 + g_3 \cdot V_3 + \dots + g_i \cdot V_i) \cdot \varrho_w \cdot N \quad (1.5)$$

errechnet. Dabei ist ϱ_w die Dichte eines Weizenpartikels und die g_i sind die Anteile der verschiedenen Partikelgrößenklassen an der Partikelgrößenverteilung und die V_i die zugehörigen Partikelvolumina, die sich aus

$$V_i = \frac{4}{3} \cdot \pi \left(\frac{d_{wi}}{2} \right)^3 \quad (1.6)$$

ergeben. Die Werte für g_i bzw. d_{wi} sind der Tabelle 1.1 zu entnehmen. Aus [1] entnimmt man für die Dichte eines Weizenpartikels den Wert $\varrho_w = 1470 \text{ kg/m}^3$. Das Lösen der Gleichung (1.5) übernimmt ein Rechenprogramm, welches solange aufsteigende Werte für N in die Gleichung einsetzt, bis Gleichheit der linken und rechten Seite erreicht ist. Außerdem gibt das Rechenprogramm Querschnittsfläche (Kugelform angenommen), Volumen und Masse der verschiedenen Teilchenspezies aus. Das Ergebnis dieser Rechnung ist in Tabelle 1.2 zusammen gestellt.

i	$d_{wi} \cdot 10^{-6}$ [m]	$A_{wi} \cdot 10^{-12}$ [m ²]	$V_i \cdot 10^{-18}$ [m ³]	$m_i \cdot 10^{-15}$ [kg]	n_i
1	2,0	3,14	4,19	6,16	15.463
2	2,4	4,52	7,24	10,64	19.680
3	2,8	6,16	11,49	16,89	22.491
4	3,3	8,55	18,82	27,66	39.360
5	4,0	12,57	33,51	49,26	57.634
6	4,8	18,09	57,91	85,12	61.851
7	5,7	25,52	96,97	142,54	81.531
8	6,8	36,32	164,64	242,02	101.210
9	8,0	50,27	268,08	394,08	108.239
10	9,3	67,93	421,16	619,11	137.759
11	11,0	95,03	696,91	1.024,46	230.535
12	13,5	143,14	1.288,24	1.893,73	431.550
13	16,5	213,82	2.352,07	3.457,54	507.458
14	19,6	298,65	3.882,42	5.707,16	529.949
15	23,0	415,48	6.370,63	9.364,82	673.330
16	27,5	593,96	10.889,22	16.007,15	702.850
17	33,0	855,30	18.816,57	27.660,36	645.216
18	39,0	1.194,59	31.059,36	45.657,25	536.977
19	46,0	1.661,90	50.965,01	74.918,56	670.519
20	55,0	2.375,83	87.113,75	128.057,21	850.448
21	66,0	3.421,19	150.532,55	221.282,85	1.041.624
22	79,0	4.901,67	258.154,61	379.487,28	1.190.628
23	94,0	6.939,78	434.892,76	639.292,36	1.256.696
24	112,0	9.852,03	735.618,58	1.081.359,01	1.332.604
25	134,0	14.102,61	1.259.833,10	1.851.954,66	1.183.599
26	160,0	20.106,19	2.144.660,57	3.152.651,04	847.637
27	190,0	28.352,87	3.591.363,98	5.279.305,04	473.721
28	226,0	40.115,00	6.043.992,78	8.884.669,38	213.666
29	270,0	57.255,53	10.305.994,62	15.149.812,10	70.285

Tabelle 1.2: Errechnete Querschnittsflächen, Volumina, Massen und Partikelanzahlen der verschiedenen Teilchengrößenklassen in der Masse an Mehl vom Typ 550, die während eines Messdurchlaufes dispergiert wird.

1.4 Partikelbeschleunigung und -geschwindigkeit

Die Beschleunigung der Partikel geschieht in zwei Stufen. Zunächst nehmen die Teilchen Energie auf, die ihnen durch die rotierende Bürste des RBG mitgegeben wird. Nach der Beschleunigung der Partikel durch die rotierende Bürste haben diese die Geschwindigkeit

$$v_w = \omega \cdot R = 125,66 \cdot 0,0205 = 2,576 \text{ m/s} \quad (1.7)$$

wobei sich die Winkelgeschwindigkeit der rotierenden Bürste $\omega = 125,66 \text{ rad/s}$ aus der Drehzahl der Bürste von 1200 U/min ableitet. R ist der Radius der rotierenden Bürste.

Die rotierende Bürste bringt die Partikel in den Ausblaskanal der Länge $L = 0,09 \text{ m}$ ein, wo die zweite Phase der Partikelbeschleunigung stattfindet. Wegen der hohen Relativgeschwindigkeit zwischen strömender Luft und Partikel im Ausblaskanal werden die Teilchen zunächst durch Newton-Reibung beschleunigt. Es gilt die Bewegungsgleichung

$$m_i \cdot \ddot{x}_i = \frac{1}{2} \cdot f \cdot c_n \cdot \rho_l \cdot A_{w_i} \cdot (v_l - \dot{x}_i)^2 \quad (1.8)$$

mit m_i als Teilchenmasse, c_n als Widerstandsbeiwert (Kugel: $c_n \approx 0,4$), $\rho_l = 1,25 \text{ kg/m}^3$ als Dichte der Luft, A_{w_i} der Querschnittsfläche der Partikel und $v_l - \dot{x}_i$ als Relativgeschwindigkeit zwischen Luft und Teilchen. Der Faktor f ist ein so genannter Formfaktor, der berücksichtigt, dass die Partikel nicht exakt kugelförmig sind (siehe Abbildung 1.3). Zieht man in Betracht, dass für einen Würfel $c_n \approx 1$ gilt, so kann für den Formfaktor $f \approx 2$ angenommen werden. Der Index i kennzeichnet wieder die betrachtete Teilchenspezies.

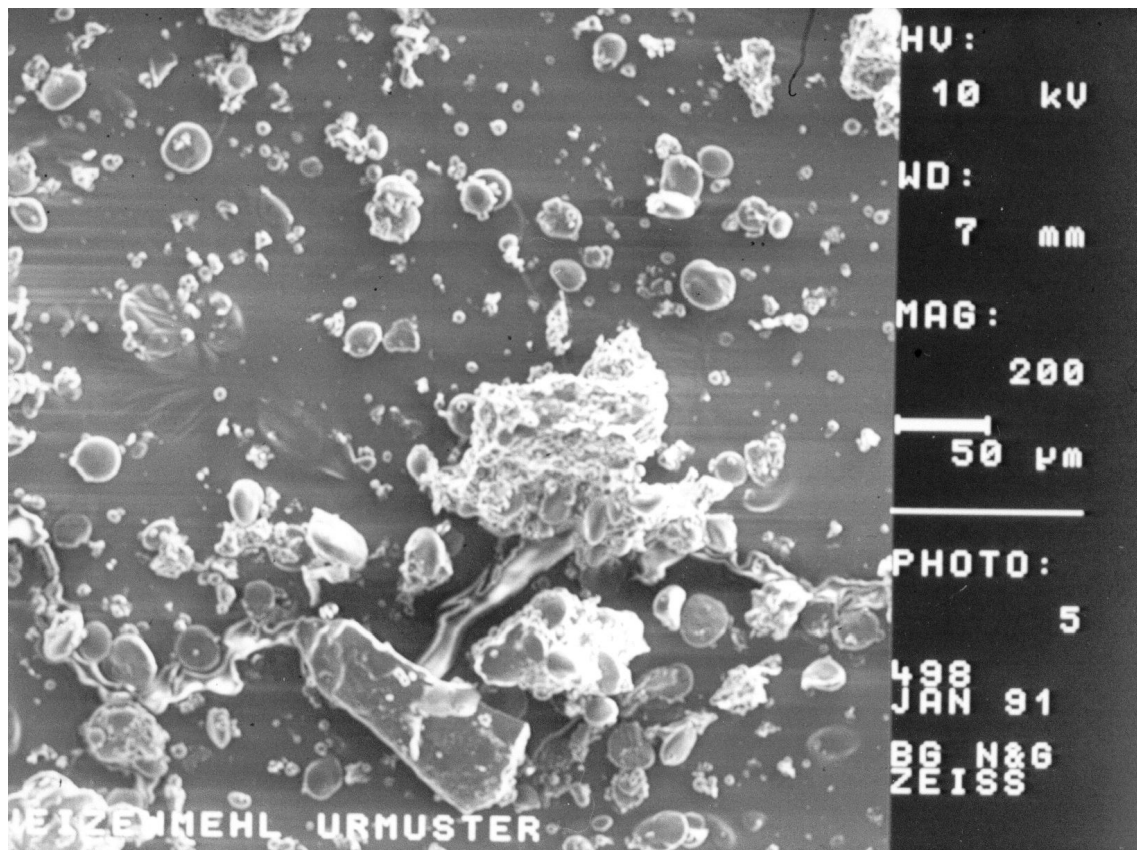


Abbildung 1.3: Elektronenmikroskopische Aufnahme von dispergiertem Weizenmehl Typ 550. Der Übergang von nahezu kugelförmigen zu völlig andersartig geformten Partikeln ist fließend.

Nachdem die Partikel weitere Bewegungsenergie in einem gewissen Maß aufgenommen haben und die Relativgeschwindigkeit auf einen bestimmten Wert gefallen ist (Reynolds-Zahl $Re < 100$), werden die Teilchen durch Stokes-Reibung weiter beschleunigt. Es gilt dann die Bewegungsgleichung

$$m_i \cdot \ddot{x}_i = f \cdot c_s \cdot \eta_l \cdot (v_l - \dot{x}_i) = 6 \cdot f \cdot \pi \cdot r_i \cdot \eta_l \cdot (v_l - \dot{x}_i) \quad (1.9)$$

mit r_i als Teilchenradius und $\eta_l = 1,74 \cdot 10^{-5}$ N·s/m² als Viskosität von Luft. Zumindest Gleichung (1.8) ist nicht analytisch lösbar und man ist auf numerische Näherungsverfahren – wie z. B. jenes von Runge und Kutta [2] – angewiesen. Es musste also erneut ein Rechner-Programm zur Lösung von (1.8) geschrieben werden, wobei in dieses gleich die Lösung von (1.9) mit übernommen wurde (Abbildung 1.4). Die für die Berechnung notwendigen Zahlenwerte wurden in den vorherigen Abschnitten abgeleitet. Die Ergebnisse der Berechnungen für jede einzelne Partikelgrößenklasse (Spezies) sind in Tabelle 1.3 aufgelistet.

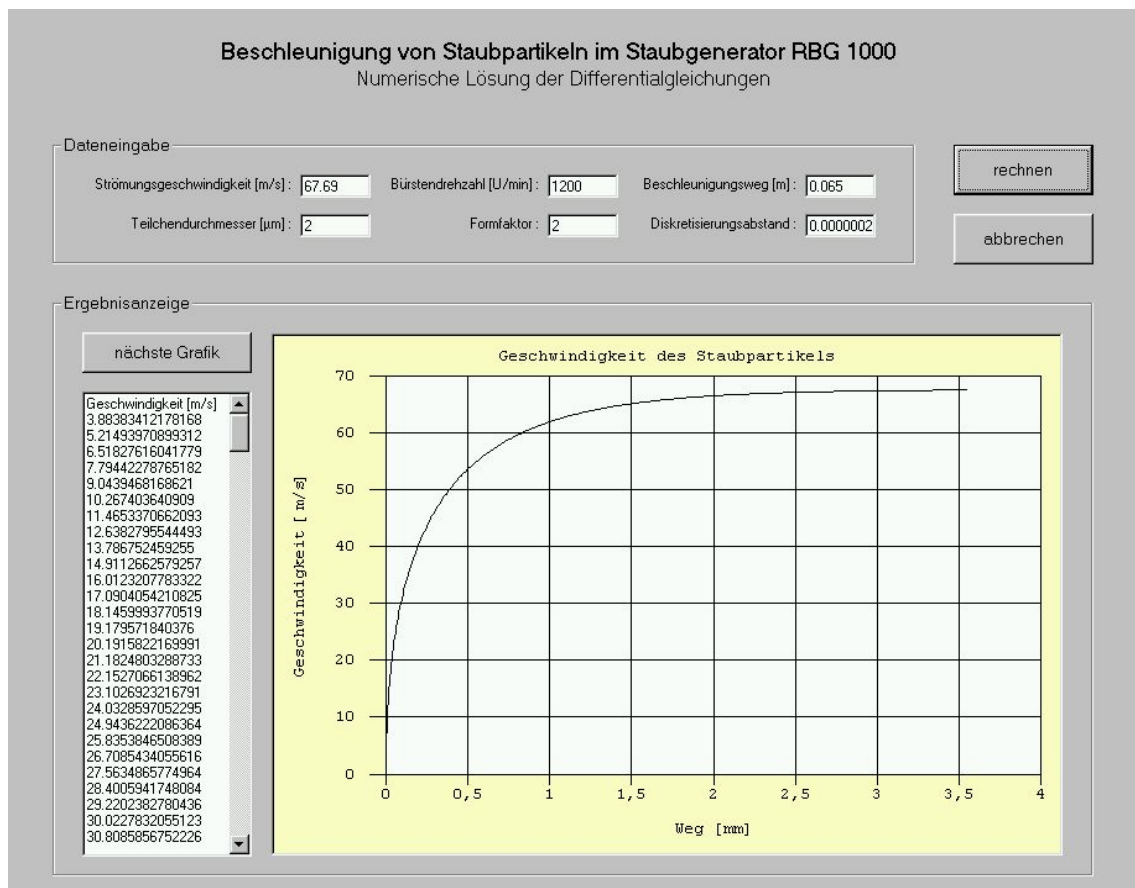


Abbildung 1.4: Programm zur Berechnung der Partikelgeschwindigkeit nach Austritt aus der Dispergierdüse des Staubgenerators RBG 1000. Gezeigt ist die Rechnung für ein 2 µm durchmessendes Partikel. Dieses erreicht nach etwa 3,6 mm Beschleunigungsstrecke die Endgeschwindigkeit von 67,7 m/s.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_{w_i} [μm]	2,0	2,4	2,8	3,3	4,0	4,8	5,7	6,8	8,0	9,3
v_{w_i} [m/s]	67,69	67,69	67,69	67,69	67,69	67,69	67,69	67,69	67,69	67,47
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
d_{w_i} [μm]	11,0	13,5	16,5	19,5	23,0	27,5	33,0	39,0	46,0	55,0
v_{w_i} [m/s]	66,83	64,95	61,63	57,89	53,58	48,89	44,84	42,32	41,22	40,98
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
d_{w_i} [μm]	66,0	79,0	94,0	112	134	160	190	226	270	
v_{w_i} [m/s]	39,05	37,17	35,34	33,50	31,68	29,89	28,22	26,57	24,93	

Tabelle 1.3: Geschwindigkeit v_{w_i} der verschiedenen Teilchenspezies unmittelbar nach dem Austritt aus der Dispergierdüse des Staubgenerators RBG 1000.

1.5 Dispergierungsenergie

Mit den Werten für die Partikelanzahlen, -massen und -geschwindigkeiten aus den Tabellen 1.2 und 1.3 lässt sich die dem Weizenmehl während eines Messdurchlaufs zugeführte Dispergierungsenergie E berechnen. Dieser Wert ergibt sich aus

$$E = \sum_{i=1}^{29} E_i = \sum_{i=1}^{29} n_i \cdot \frac{m_i}{2} \cdot v_{w_i}^2 \quad (1.10)$$

wobei E_i der Beitrag an kinetischer Energie ist, den die Gesamtheit einer Partikelgrößenklasse liefert. Diese Beiträge sind in Tabelle 1.4 zusammengestellt.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E_i \cdot 10^{-7}$ [J]	2,18	4,80	8,71	22,94	65,04	12,06	26,62	56,12	97,72	194,12
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$E_i \cdot 10^{-3}$ [J]	0,527	1,724	3,332	5,068	9,051	13,45	17,94	21,95	42,68	91,45
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
E_i [J]	0,176	0,312	0,502	0,809	1,100	1,194	0,996	0,670	0,331	

Tabelle 1.4: Beiträge der verschiedenen Teilchenspezies zur gesamten Dispergierungsenergie.

Die Berechnung mit (1.10) bzw. das Aufsummieren der Beiträge E_i aus Tabelle 1.4 liefert als Gesamtenergie den Wert von

$$E = 6,296 \text{ J} \quad (1.11)$$

Während eines Messdurchlaufes von 15 Minuten Dauer werden durch den Staubgenerator RBG 1000 rund 6,3 J Dispergierungsenergie auf das verstaubte Weizenmehl vom Typ 550 übertragen. Bezogen auf die dispergierte Staubmasse von rund 13,5 g ist das ein sehr hoher Energieeintrag.

Kapitel 2

Partikelflugbahnen

Mit den aus dem vorherigen Kapitel bekannten Größen wie Partikelmasse, -geschwindigkeit und -durchmesser lassen sich nun prinzipiell die Flugbahnen der Partikel errechnen. In der Praxis tritt dabei aber eine erhebliche Schwierigkeit auf: Es ist nicht bekannt, wie sich die Luft nach dem Ausströmen aus der Ausblasdüse des Staubgenerators verhält. Außerhalb der Ausblasdüse bildet sich ein turbulentes Luftgeschwindigkeitsfeld, welches einen großen Teil der Partikel chaotisch von ihrer anfangs horizontalen Flugbahn abbringt. Außerdem überlagert diese Luftbewegung in unbekannter Weise die Bewegung der Weizenkörnchen. Die Partikelflugbahnen sind daher nur mit starken Idealisierungen berechenbar.

2.1 Teilchenflugbahnen ohne Luftwiderstand

Wenn man die Anwesenheit der Luft vernachlässigt, werden die Gleichungen zur Berechnung der Teilchenflugbahnen besonders einfach:

$$\begin{aligned}x_i(t) &= v_i \cdot t \\y_i(t) &= h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2\end{aligned}\tag{2.1}$$

Mit $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ als Erdbeschleunigung und $h = 0,4 \text{ m}$ als Höhe der Ausblasdüse des Staubgenerators über der Tischplatte ergeben sich die Flugbahnen aus Abbildung 2.1 bzw. die Flugweiten aus Tabelle 2.1. Wie man Bild 2.1 entnimmt, findet am Ort der Staubkollektoren so gut wie keine Fraktionierung des Staubes nach Korngrößen statt und auch Sedimentation setzt an dieser Stelle kaum ein. Den wirklichen Verhältnisse entspricht dies jedoch kaum.

2.2 Teilchenflugbahnen mit Luftwiderstand

Um ein realistischeres Ergebnis für die Teilchenflugbahnen zu bekommen, wurde im Labor eine Ausblasdüse aufgebaut und an dieser eine Ausblasgeschwindigkeit von rund 68 m/s eingestellt. Anschließend wurde das Luftgeschwindigkeitsfeld nach der Düse mit Hilfe eines Hitzekugel-Anemometers grob vermessen. Die Messergebnisse lassen hinsichtlich des Luftgeschwindigkeitsfeldes die geometrische Vereinfachung zu, dass die Luft im Wesentlichen innerhalb eines engen Kegels (Öffnungsweite etwa 16°) von der Mitte der Ausströmöffnung

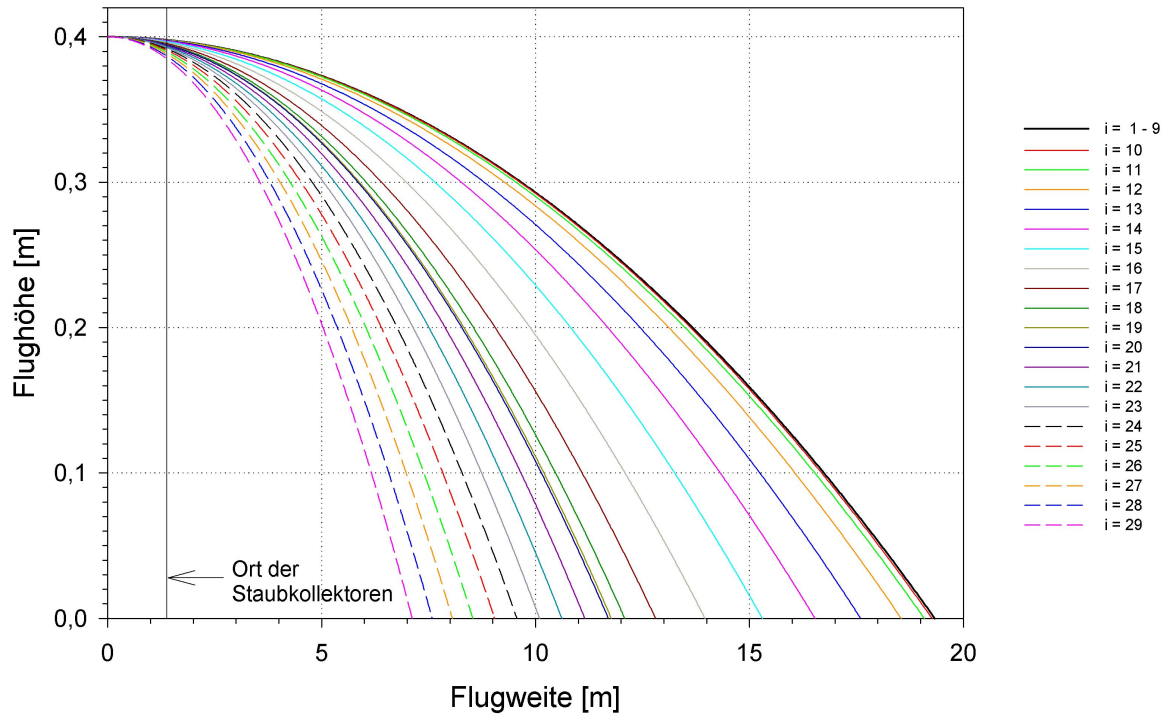


Abbildung 2.1: Flugbahnen der verschiedenen Partikelgrößenklassen bei Vernachlässigung von Luftwiderstand und -bewegung. Die senkrechte Linie bei 1,3 m markiert den Ort der Staubkollektoren der Apparatur.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
W_i [m]	19,33	19,33	19,33	19,33	19,33	19,33	19,33	19,33	19,33	19,27
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
W_i [m]	19,09	18,55	17,60	16,53	15,30	13,96	12,81	12,09	11,77	11,70
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
W_i [m]	11,15	10,62	10,09	9,57	9,05	8,54	8,06	7,59	7,12	

Tabelle 2.1: Flugweiten der verschiedenen Partikelgrößenklassen in der Apparatur zur Messung der Staubungsneigung bei Vernachlässigung von Luftwiderstand und -bewegung.

abströmt, wobei die Geschwindigkeit mit fortschreitender Distanz zur Ausströmdüse schnell (exponentiell) fällt. Diese geometrische Vereinfachung ist in Bild 2.2 dargestellt. Die Messergebnisse zum Luftgeschwindigkeitsfeld sind in Bild 2.3 und in Tabelle 2.1 gezeigt. Der exponentielle Luftgeschwindigkeitsabfall mit wachsendem Abstand x von der Ausblasdüse wird durch

$$v_1(x) = 67,7 \cdot e^{-6,294 \cdot x} \quad (2.2)$$

gut beschrieben. Mit (2.2) ließe sich nun ein dreidimensionales Geschwindigkeitsfeld konstruieren, welches in ein System von Bewegungsgleichungen für die Partikelbewegung innerhalb

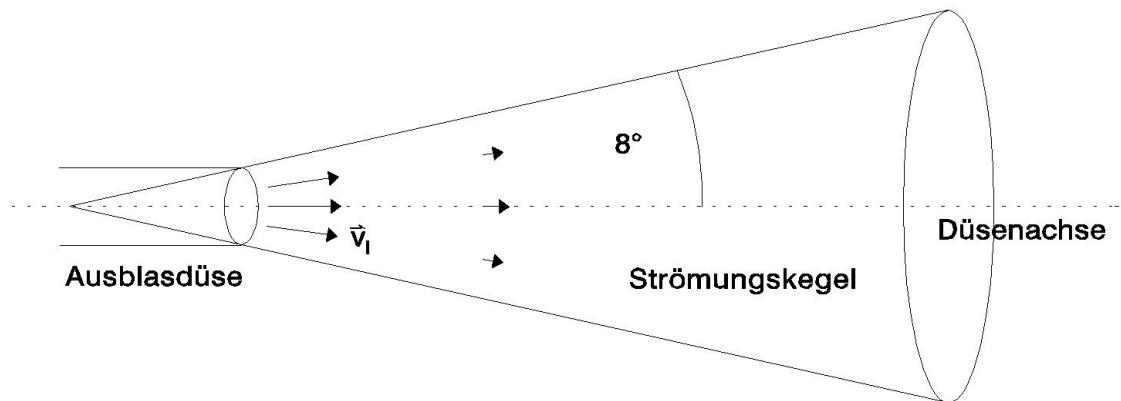


Abbildung 2.2: Vereinfachte Geometrie des Luftgeschwindigkeitsfeldes nach der Ausblasdüse. Es entspricht grob einem Kegel mit 16° Öffnung. Außerhalb des Kegels wird die Luft als ruhend angenommen.

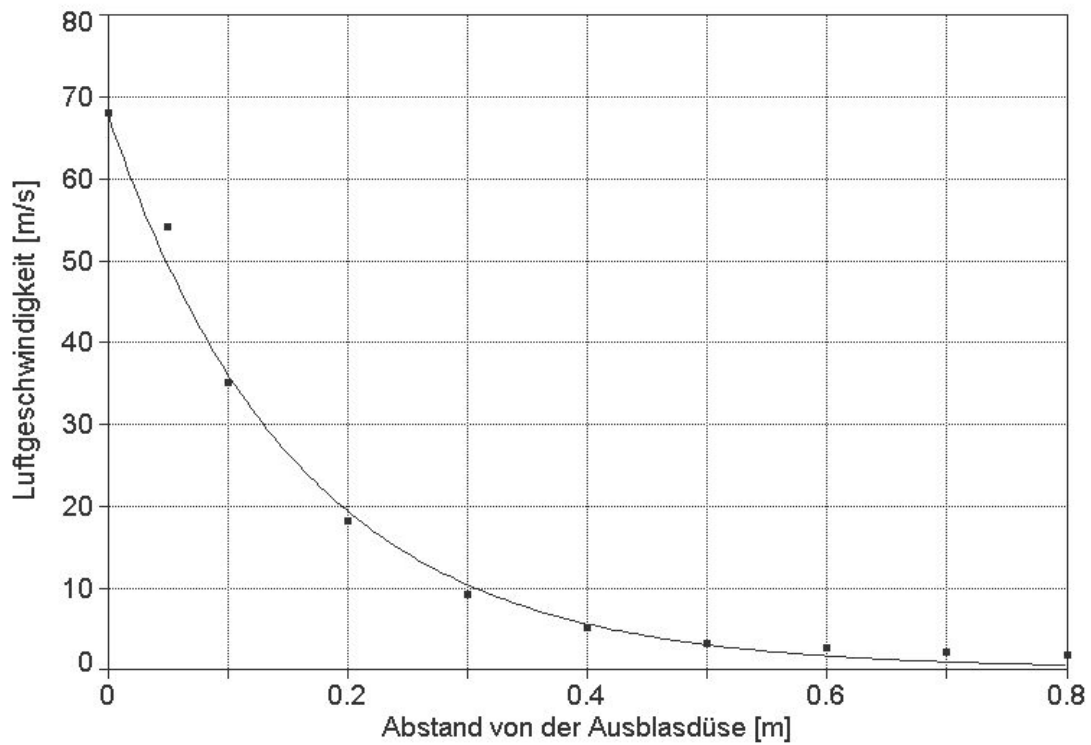


Abbildung 2.3: Luftgeschwindigkeit als Funktion vom Abstand zur Ausblasdüse gemessen entlang der Düsennachse (siehe auch Bild 2.2).

x_m [m]	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
v_l [m/s]	54,0	35,0	18,0	9,0	5,0	3,0	2,5	2,0	1,7
x_u [m]	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
v_l [m/s]	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,5	0,9	1,7

Tabelle 2.2: Luftgeschwindigkeit in Abhängigkeit zum Abstand der Ausblasdüse. x_m kennzeichnet den Abstand entlang der Düsenachse, x_u den Abstand parallel dazu 10 cm nach unten versetzt.

des Luftgeschwindigkeitsfeldes eingebaut werden könnte, um so den realen Zuständen in der Apparatur recht nahe kommen zu können. Jedoch lohnt dieser hohe mathematische Aufwand nicht im Verhältnis zu den erwarteten Erkenntnissen. Aus diesem Grund wurde stattdessen eine Rechnung mit einigen Vereinfachungen durchgeführt. Zum einen wird die Ausblasfläche der Düse als punktförmig betrachtet, d. h. alle Staubpartikel treten an derselben (punktförmigen) Stelle aus der Ausblasdüse aus. Weiterhin ist die Luftbewegung stets parallel zur Achse der Ausblasdüse innerhalb des gesamten Strömungskegels, wobei die Luftgeschwindigkeit vom Abstand x zur Ausblasdüse gemäß (2.2) abhängt. Außerhalb des Strömungskegels wird die Luft als ruhend angenommen. Damit ergeben sich die gekoppelten Differentialgleichungssysteme

$$\begin{aligned}
 m_i \cdot \ddot{x}_i &= -\frac{1}{2} \cdot f \cdot c_n \cdot \rho \cdot A_{w_i} \cdot \sqrt{(\dot{x}_i - v_l)^2 + \dot{y}_i^2} \cdot (\dot{x}_i - v_l) \\
 m_i \cdot \ddot{y}_i &= -\frac{1}{2} \cdot f \cdot c_n \cdot \rho \cdot A_{w_i} \cdot \sqrt{(\dot{x}_i - v_l)^2 + \dot{y}_i^2} \cdot \dot{y}_i - m_i \cdot g
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

$$\begin{aligned}
 m_i \cdot \ddot{x}_i &= -6 \cdot \pi \cdot r_i \cdot f \cdot \eta_l \cdot (\dot{x}_i - v_l) \\
 m_i \cdot \ddot{y}_i &= -6 \cdot \pi \cdot r_i \cdot f \cdot \eta_l \cdot \dot{y}_i - m_i \cdot g
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

deren Lösungen die Flugbahnen der Partikel unter oben beschriebenen Annahmen sind. Ob das Gleichungssystem (2.3) oder (2.4) zum Tragen kommt, hängt wieder von der Reynolds-Zahl ab. Für $Re < 100$ gilt (2.4), für größere Reynolds-Zahlen (2.3). Für v_l ist Gleichung (2.2) einzusetzen. Wenn gilt

$$y_i > x_i \cdot \tan(8^\circ) \tag{2.5}$$

wird $v_l = 0$ m/s, d. h. die Partikel haben den Strömungskegel verlassen und befinden sich in ruhender Luft. Diese Bedingungen wurden in einem Rechnerprogramm umgesetzt, dessen zeitaufwendige Ausführung die gesuchten Flugbahnen der verschiedenen Partikelklassen lieferte. In Abbildung 2.4 sind diese Ergebnisse grafisch dargestellt. Es zeigt sich ein Trend zur Trennung der verschiedenen Teilchengrößenklassen durch den Versuchsaufbau. Erreichen kleine Partikel im Durchmesserbereich zwischen $2 \mu\text{m}$ und $30 \mu\text{m}$ in jedem Fall die Staubkollektoren, so dürften die größeren Partikel zu einem mehr oder weniger hohen Prozentsatz die Staubkollektoren nicht erreichen. Dies gilt insbesondere für Partikel im Durchmesserbereich zwischen $30 \mu\text{m}$ und $150 \mu\text{m}$ (Tabelle 2.4 und Abbildung 2.5). Zwar entstehen durch den kegelförmigen Charakter der Ausblasströmung und Turbulenzen innerhalb derselben weit kom-

pliziertere Flugbahnen als die in Abbildung 2.4, jedoch dürfte es auch bei diesen Strömungsverhältnissen zu der genannten Partikeltrennung kommen und kleine Teilchen bevorzugt in den Staubkollektoren gesammelt werden. Dafür spricht auch die wesentlich längere Sedimentationszeit der kleinen Partikel gegenüber derjenigen der größeren Partikel (Tabelle 2.3 und Abbildung 2.5). Die durchgeführten Rechnungen ergaben mittlere Schwebzeiten der kleinen Teilchen im Stunden- und Minutenbereich. Die Partikel am oberen Ende der Größenskala halten sich nur wenige Sekunden bzw. Sekundenbruchteile in der Luft auf. Kleine Teilchen halten sich also im Vergleich zu den größeren Partikel deutlich länger und auch näher bei den Staubkollektoren auf. Die Wahrscheinlichkeit von den Staubkollektoren erfasst zu werden, ist also für kleine Partikel gegenüber den größeren stark erhöht.

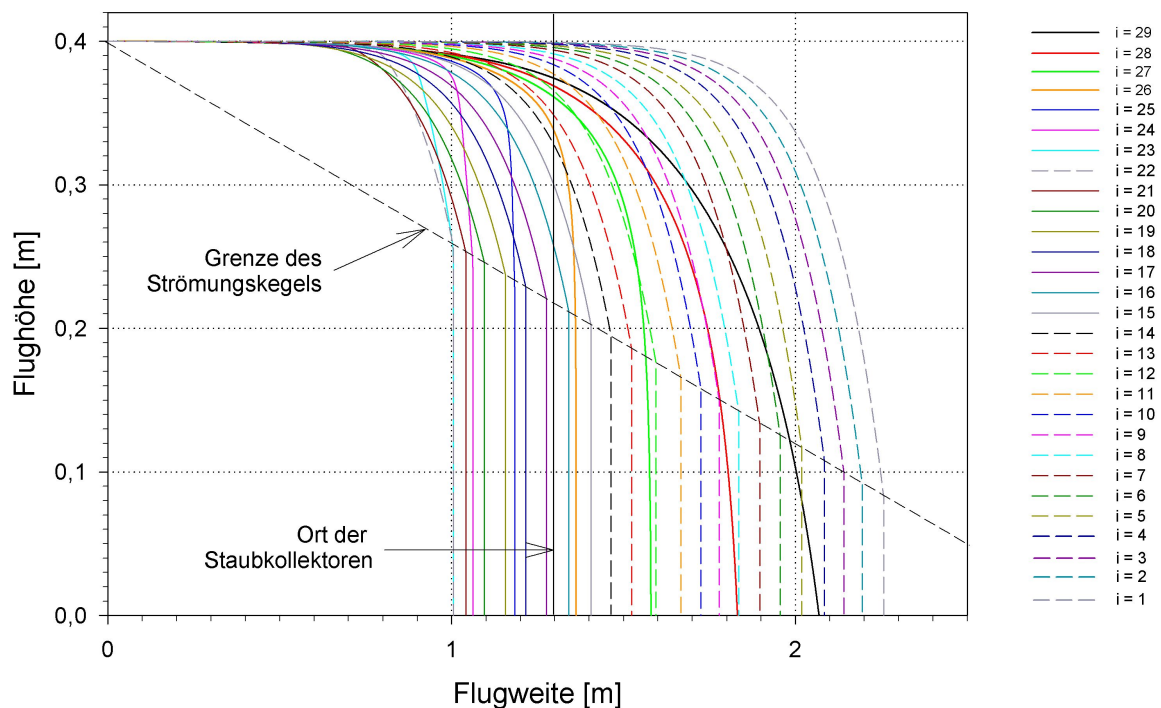


Abbildung 2.4: Flugbahnen der verschiedenen Partikelgrößenklassen bei Berücksichtigung von Luftbewegung und -reibung. Die senkrechte Linie bei 1,3 m markiert den Ort der Staubkollektoren der Apparatur.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
\bar{t}_{s_i} [s]	4345	3018	2218	1596	1087	756,0	536,0	377,0	273,0	202,0
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
\bar{t}_{s_i} [s]	145,0	95,50	64,00	45,80	33,00	23,10	16,10	11,44	8,230	5,770
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
\bar{t}_{s_i} [s]	4,010	2,810	2,000	1,430	1,011	0,740	0,567	0,459	0,394	

Tabelle 2.3: Mittlere Sedimentationszeit der verschiedenen Partikelgrößenklassen in der Apparatur zur Messung der Staubungsneigung.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
W_i [m]	2,256	2,194	2,141	2,084	2,018	1,955	1,896	1,834	1,778	1,725
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
W_i [m]	1,666	1,594	1,523	1,464	1,405	1,341	1,275	1,125	1,156	1,095
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
W_i [m]	1,041	1,005	1,005	1,062	1,184	1,362	1,580	1,831	2,068	

Tabelle 2.4: Flugweiten der verschiedenen Partikelgrößenklassen in der Apparatur zur Messung der Staubungsneigung bei Berücksichtigung des Luftwiderstandes und der Luftbewegung.

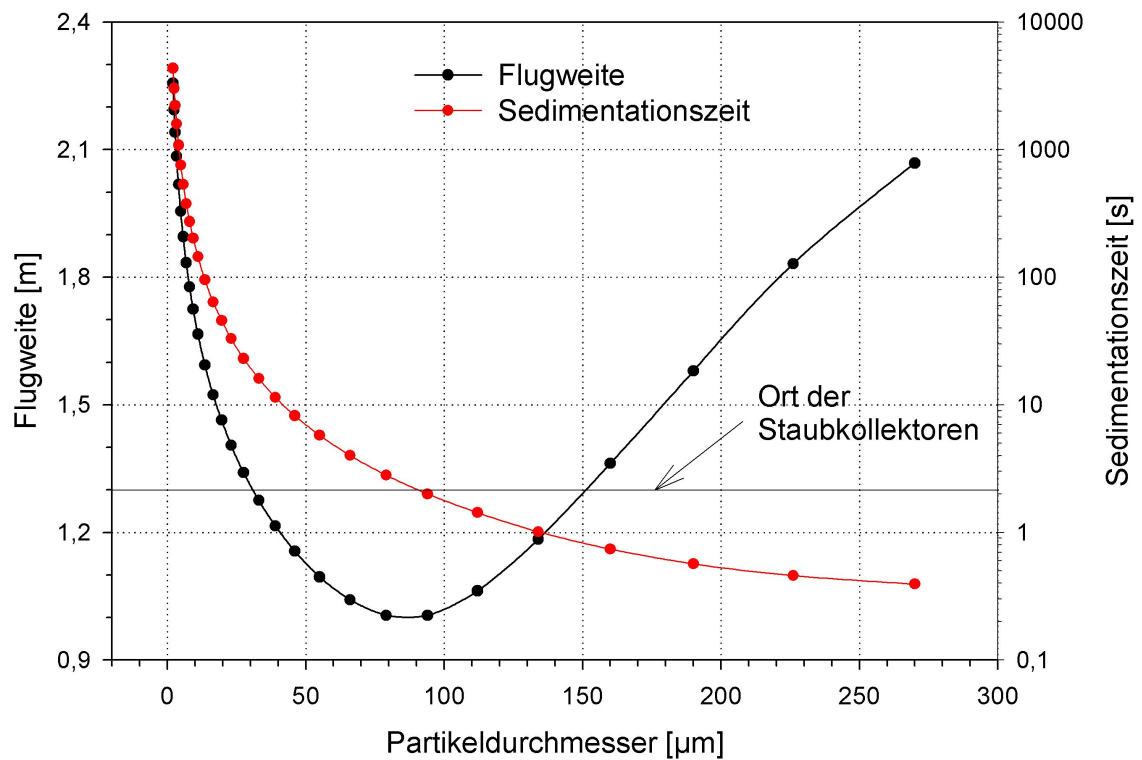


Abbildung 2.5: Flugweite und -dauer der verschiedenen Partikelgrößenklassen als Funktion ihres Durchmessers bei Berücksichtigung von Luftwiderstand und -bewegung. Die horizontale Linie bei 1,3 m markiert den Ort der Staubkollektoren der Apparatur.

Kapitel 3

Schlussfolgerung

Mit dem unter Kapitel 1 beschriebenen Staubgenerator RBG 1000 werden rund 13,5 g Weizenmehl vom Typ 550 in einer Höhe von 0,4 m über einer Tischplatte in der Luft dispergiert, wobei dieser Masse rund 6,3 J an Energie zugeführt werden. In einer Höhe von 0,4 m über dieser Tischplatte und in einem Abstand von 1,3 m zur Ausblasdüse des Staubgenerators befinden sich zwei Staubkollektoren. Das primäre Ziel beim Aufbau dieser Messapparatur war, die Staubmasse - getrennt nach einatembarer und alveolengängiger Fraktion - zu bestimmen, die ein Bäcker an seinem Arbeitstisch einatmet. Dabei entsteht diese Staubbelastung in erster Linie durch das Werfen von Mehl auf den Arbeitstisch mit der Hand. Nimmt man die Geschwindigkeit einer werfenden Hand mit 5 m/s an, so wird einer Staubmasse von 13,5 g damit eine Energie von

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,0135 \cdot 5^2 = 0,169 \text{ J} \quad (3.1)$$

zugeführt. Der Vergleich der beiden genannten Energiewerte ergibt etwa den Faktor 40, der zwischen diesen Werten liegt. Daraus folgt, dass die mit der Apparatur gemessenen Werte für die Staubbelastung des Bäckers zu hoch ausfallen.

Weiterhin zeigte diese Untersuchung, dass mit der Messapparatur bevorzugt kleine Partikel erfasst werden, was auf die speziellen Sedimentationseigenschaften der verschiedenen Teilchengrößenklassen zurückzuführen ist. Die Separation der verschiedenen Teilchengrößenklassen sollte jedoch auch beim Werfen von Weizenmehl durch die Hand eines Bäckers auftreten, d. h. in dieser Hinsicht simuliert die Messapparatur diesen Vorgang gut.

Literaturverzeichnis

- [1] W. SIEGEL: *Pneumatische Förderung - Grundlagen, Auslegung, Anlagenbau, Betrieb*, Vogel Buchverlag.
- [2] R. ZURMÜHL: *Praktische Mathematik für Physiker und Ingenieure*, Springer Verlag, 5. Auflage, 1965.
- [3] PALLAS: *Bedienungsanleitung RGB 1000*.